Министерство образования Калининградской области

Государственное бюджетное учреждение
нетиповая образовательная организация
Калининградской области «Центр развития одаренных детей»

Рассмотрено на заседании
методического совета
от «25» 03 2019 г.
Протокол № 3

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор
_____________С.С. Гоман
приказ № 80 от 25.03 2019 г.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
социально-педагогической направленности
«Олимпиадная подготовка по математике»
(базовый уровень)
Возраст учащихся: 15 - 16 лет (10 класс)
Срок реализации: 1 год

Автор-составитель:
Кащенко Николай Михайлович,
доктор физико-математических наук

пос. Ушаково, Гурьевский городской округ, Калининградская область
2019 г.

Лист согласования

Составитель (и):Кащенко Николай Михайлович, доктор физико-математических наук

Дополнительная общеразвивающая программа **«Олимпиадная подготовка по математике»** обсуждена и утверждена на заседании (отдела, методического объединения и др.) методического совета ГБУ КО НОО «Центр развития одаренных детей (Протокол № 3 от 25.03.2019 года).

Методист Б.В. Андиньш ____________________

(подпись)

Дополнительная общеразвивающая программа **«Олимпиадная подготовка по математике»** одобрена Методическим советом ГБУ КО НОО «Центр развития одаренных детей» (Протокол № 3 от 25.03. 2019г).

(наименование коллегиального органа)

Дополнительная общеразвивающая программа **«Олимпиадная подготовка по математике»** пересмотрена на заседании ____________________

(наименование коллегиального органа)

____

(наименование образовательной организации)

Внесены следующие изменения (или изменений не внесено):

____

____

____

____

____

Протокол № 3 от «25» марта 2019г.

Заместитель директора
по учебно-воспитательной работе

____________________ (А.А.Евстратова)

1.1 Пояснительная записка

Направленность программы –естественно-научная. В ее содержании учитываются возрастные особенности детей, их степень усвоения и интерес к предметам математического цикла

Актуальность программы. Математика, давно став языком науки и техники, в настоящее время все шире проникает в повседневную жизнь. Компьютеризация общества, внедрение современных информационных технологий требует математической грамотности. Это предполагает и конкретные математические знания, и определенный стиль мышления, вырабатываемый математикой. История развития математического знания дает возможность пополнить запас историко-научных знаний обучающихся, сформировать у них представление о математике, как части общечеловеческой культуры.

Педагогическая целесообразность Математическое дополнительное образование детей и молодежи вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм, развивает воображение, пространственные представления.

Отличительные особенности программы: позволяет обучающимся ознакомиться с разнообразием математических задач, предлагаемых на соревнованиях, укрепить свои школьные знания по математике. Рассмотрение более широкого (по сравнению со школьной программой) круга математических вопросов позволит ученикам определить свои интересы и склонности к той или иной области, чтобы определиться в дальнейшей профессиональной специализации, и подготовиться к последующему изучению математических предметов, участвовать в математических соревнованиях, олимпиадах, турнирах. Предусмотрена для учащихся 10 классов. Вести программу могут несколько преподавателей, специализирующихся на конкретных темах. По окончании программы проводится зачет. Оценка зачёт или незачёт.

Условия набора учащихся. Для обучения принимаются все учащиеся, имеющие мотивацию к участию в олимпиадах.

Количество обучающихся: в группе 12-15 человек.

Программа предназначена для школьников 15-16 лет проявляющих интерес и желание развивать математические способности и участвовать в математических соревнованиях

Объем и срок освоения программы: программа рассчитана на 1 год обучения. Программа осваивается в рамках учебных потоков в условиях загородного образовательного центра с круглосуточным пребыванием детей, продолжительность занятий 90 минут.

Формы обучения. Для освоения программы предусмотрено очное обучение.

Особенности организации образовательного процесса. Занятия проходят в разнообразных форматах, направленных на эффективное управления групповой динамикой и формирование у школьников познавательного интереса к математике.

1.2 Цель и задачи программы.

Цель программы: создание условий для успешного развития школьников, формирование информационных и коммуникационных компетенций в области математики путём участия обучающихся в исследовательской деятельности и в мероприятиях олимпиадного движения; развитие логического и практического мышления, алгоритмической культуры, овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для продолжения образования в областях, связанных с математикой.

Задачи программы:

Обучающие задачи:

Формирование умений и навыков решения нестандартных математических задач высокого уровня сложности;

Овладение письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественно - научных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;

Развивающие задачи:

- Освоение культуры коллективной мыслительной деятельности;
- Формирование познавательного интереса к изучению математики;
- Развитие познавательных способностей: внимания,воображения; способность генерировать идеи и смыслы.

Воспитательные задачи:

- Формирование математической культуры;
- Воспитание социальной ответственности в командной работе;
- Формирование коммуникативных умений, а также навыков уверенного поведения в социуме и культуры общения.

1.3 Содержание программы Олимпиадная подготовка по математике.

Учебный план

Содержание учебного курса

№	Темы занятий	Общее количество часов	Теоретические часы	Практические часы	Форма контроля
1	**Написание вступительной контрольной работы**	**4**	**2**	**2**	Проверка правильности решения задач
2	**Анализ задач контрольной работы**	**4**	**2**	**2**	Проверка правильности решения задач
3	**Разбор задач регионального тура Всероссийской олимпиады**	**4**	**2**	**2**	Проверка правильности решения задач
4	**Принцип «крайнего» в математических задачах**	**4**	**2**	**2**	Проверка правильности решения задач
5	**Решение олимпиадных задач**	**4**	**2**	**2**	Проверка правильности решения задач
6	**Метод математической индукции**	**4**	**2**	**2**	Проверка правильности решения задач
7	**Элементы теории сравнений. Делимость. Остатки. Наибольший общий делитель.**	**4**	**2**	**2**	Проверка правильности решения задач

8	**Нестандартные планиметрически е задачи**	**4**	**2**	**2**	Проверка правильности решения задач
9	**Нестандартные планиметрически е задачи**	**4**	**2**	**2**	Проверка правильности решения задач

Содержание учебного курса

Тема 1. Написание вступительной контрольной работы

Тема 2. Анализ задач контрольной работы

1. Решите уравнение $\frac{3x^2}{x+1}+\frac{x+1}{x^2}=4$; Ответ: $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$; $\frac{1\pm\sqrt{13}}{6}$

2. Найти все значения параметра a, при каждом из которых множество решений неравенства $\frac{a}{x-a}>0$ содержит точку $x = 1$. Ответ: $a\in(0;\ 1)$

3. Известно, что $a+b+c<0$ и что уравнение $ax^2+bx+c=0$ не имеет действительных корней. Определить знак коэффициента c.
Ответ: $c<0$.
Решение: Квадратный трехчлен $f(x)=ax^2+bx+c$ не имеет действительных корней, значит он сохраняет один и тот же знак для всех x. А так как $f(1)=a+b+c<0$, то и $f(0)=c<0$.

4. Существуют ли такие натуральные числа x и y,для которых $x^2 + 2y$ и $y^2 + 2x$ – квадраты целых чисел? Ответ: нет.

Решение.

1. $x\neq y$.
2. Пусть $x<y$, тогда $y^2<y^2+2x<y^2+2y<y^2+2y+1=(y+1)^2$, но между квадратами двух подряд идущих натуральных чисел других квадратов целых чисел нет.

5. На доске записано число 2009^{2011}. Каждым ходом последняя цифра записанного на доске числа запоминается, затем стирается и умноженная на 5 прибавляется к тому числу, что осталось на доске после стирания. Может ли после применения нескольких таких операций получится число 2011^{10}? Ответ: нет.

Решение. Пусть исходное число $10a+b$, тогда второе число $a+5b$. Разность $5(10a+b)-(a+5b)=49a$ делится на 7, на 7 делится и исходное число. Следовательно, все числа рассматриваемого ряда делятся на 7, а число 2011 не делится.

6. В квадрат *ABCD* вписан круг. В каждом из углов *ABC, BCD, CDA, DAB* квадрата размещена система бесконечного числа кругов. Первый из кругов каждой системы касается круга, вписанного в квадрат, и сторон

соответствующего угла, каждый следующий касается предыдущего и сторон соответствующего угла. Найдите отношение суммы площадей всех кругов, в том числе вписанного в квадрат, к площади квадрата.

Тема 3. Разбор задач регионального тура Всероссийской олимпиады

Тема 4. Принцип «крайнего» в математических задачах

При решении задач часто бывает полезно рассматривать объекты, случаи, ситуации, являющиеся в некотором смысле «крайними». Правило «крайнего» может быть кратко выражено словами: «Рассмотрите крайнее!». Правило рекомендует рассмотреть объект, обладающий какими либо «крайними» или как говорят в математике, экстремальными свойствами. Если в задаче речь идет о множестве точек на прямой, то, по правилу «крайнего», необходимо рассмотреть самую крайнюю точку множества. Если в задаче фигурирует некоторый набор чисел, то правило «крайнего» рекомендует рассмотреть наибольшее или наименьшее из этих чисел. Рассмотрим применение этого подхода на некоторых примерах. Также характерным началом рассуждений по принципу «крайнего» могут являться: «предположим, что условие неверно, и рассмотрим многочлен минимальной степени, не удовлетворяющий условиям», «среди всех подмножеств данного конечного множества чисел выберем подмножество с наибольшей суммой» и т.д.

Примеры задач.

1. На полях бесконечной шахматной доски записаны натуральные числа так, что каждое число равно среднему арифметическому четырех соседних чисел – верхнего, нижнего, правого и левого. Определите разность наибольшего и наименьшего из этих чисел.
2. На квадратной шахматной доске размером $n \times n$ расставлены ладьи с соблюдением следующего условия: если некоторое поле свободно, то общее количество ладей, стоящих на одной с этим полем горизонтали или на одной с ним вертикали, не менее n. Докажите, что на доске находится не менее чем $\frac{n^2}{2}$ ладей.
3. Из натуральных чисел от 1 до 200 произвольно выбрали 101 число. Докажите, что среди выбранных чисел обязательно найдутся два, одно из которых делится на другое.

Тема 5. Решение олимпиадных задач по запросам обучающихся

Тема 6. Метод математической индукции

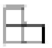
Метод *полной математической индукции*.

1. Проверяется справедливость утверждения для n= 1.
2. Предполагается справедливость утверждения для $n = k$, k – произвольное натуральное число, и с учетом этого предположения устанавливается справедливость утверждения для $n = k$+1.

Метод *неполной математической индукции*. Доказательство некоторого утверждения, зависящего от n при любом натуральном n, начиная с некоторого натурального $p \geq 2$.

1. Проверяется справедливость утверждения для $n = p$.
2. Предполагается справедливость утверждения для $n = k$, где k – произвольное натуральное число не меньшее p, и с учетом этого предположения устанавливается справедливость утверждения для $n = k+1$.

Примеры задач.

1. Из квадрата клетчатой бумаги размером $2^n \times 2^n$ вырезали одну клетку. Докажите, что полученную фигуру можно разрезать на «уголки» из трёх клеток ().

2. Докажите, что любую сумму, начиная с 8 тугриков, можно выплатить купюрами по 3 тугрика и 5 тугриков.

3. Приведите пример натурального числа, которое равно сумме а) трёх своих различных делителей; б) ста своих различных делителей.

4. Докажите, что при каждом натуральном n, начиная с 3, существует выпуклый n-угольник, имеющий ровно три острых угла.

5. У бородатого многоугольника во внешнюю сторону растет щетина. Его пересекает несколько прямых общего положения, на каждой из которых с одной из сторон растут волосы. В результате многоугольник оказался разбитым на некоторое число частей. Докажите, что хотя бы одна из частей окажется волосатой снаружи.

6. [Игра «Ханойская башня»] Имеется пирамида с n кольцами возрастающих размеров (внизу – самое большое) и еще два пустых стержня той же высоты. Разрешается перекладывать верхнее кольцо с одного стержня на другой, но при этом запрещается класть большее кольцо на меньшее. Докажите, что

а) можно переложить все кольца с первого стержня на один из пустых стержней;

б) это можно сделать не более, чем за $2^n – 1$ перекладываний.

7. Плоскость поделена на области несколькими прямыми. Докажите, что эти области можно раскрасить в два цвета так, чтобы любые две соседние области были раскрашены в различные цвета. (Соседними считаются области, имеющие общий участок границы.)

8. В прямоугольнике $3 \times n$ (3 строки, n столбцов) расставлены фишки трёх цветов по n штук каждого цвета. Докажите, что переставляя фишки в строчках, можно сделать так, чтобы в каждом столбце были фишки всех трёх цветов.

9. Плоскость поделена на области несколькими прямыми и окружностями. Докажите, что эти области можно раскрасить в два цвета так, чтобы любые две соседние области были раскрашены в различные цвета. (Соседними считаются области, имеющие общий участок границы.)

10. Докажите, что $1+2+3+\ldots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

11. На сколько частей делят плоскость n прямых, среди которых нет параллельных и никакие три не пересекаются в одной точке? (Такие прямые называют прямыми «общего положения»)

12. Докажите, что $n^3 + (n + 1)^3 + (n + 2)^3$ делится на 9 при всех натуральных n.

13. Докажите, что $6^n + 1$ делится на 7 при всех нечётных n.

14. Докажите, что $2^n > 8n – 17$ при всех натуральных n.

15. Докажите, что $n! > 2^n$ при всех натуральных $n \geq 4$.

16. Доказать, что при любом натуральном $n > 1$ верно неравенство
$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{2n}>\frac{13}{24}$.

17. Докажите, что число, состоящее из 243 единиц, делится на 243.

18. Докажите, что, каковы бы ни были натуральное n и вещественное $q \neq 1$, выполняется равенство $1+q+q^2+...+q^n=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

19. (Зональный тур, 1997-1998, 8.8) На выборах в городскую думу каждый избиратель, если он приходит на выборы, отдает голос за себя (если он является кандидатом) и за тех кандидатов, которые являются его друзьями. Прогноз социологической службы мэрии считается *хорошим*, если в нем правильно предсказано количество голосов, поданных хотя бы за одного кандидата, и *нехорошим* в противном случае. Докажите, что при любом прогнозе избиратели могут так явиться на выборы, что этот прогноз окажется *нехорошим*.

Тема 7. Элементы теории сравнений. Делимость. Остатки. Наибольший общий делитель

В теории чисел сравнение по модулю натурального числа n – отношение эквивалентности на кольце целых чисел, связанное с делимостью на n. Факторкольцо по этому отношению называется кольцом вычетов. Совокупность соответствующих тождеств и алгоритмов образует модульную (или модулярную) арифметику.

Определение. Два целых числа a и b сравнимы по модулю натурального числа n, если при делении на n они дают одинаковые остатки.

Теорема. Два целых числа a и b сравнимы по модулю натурального числа n тогда и только тогда, когда их разность $a-b$ делится на n без остатка.

Утверждение «a и bсравнимы по модулю n» записывается в виде: $a \equiv b(\bmod n)$.

Свойства сравнений по модулю.

1. Любые два целых числа a и b сравнимы по модулю 1.
2. Рефлексивности: для любого целого a справедливо $a \equiv a(\bmod n)$.
3. Симметричности: если $a \equiv b(\bmod n)$, то $b \equiv a(\bmod n)$.
4. Транзитивности: если $a \equiv b(\bmod n)$ и $b \equiv c(\bmod n)$, то $a \equiv c(\bmod n)$.
5. Сложение и вычитание сравнений: если $a \equiv b(\bmod n)$ и $c \equiv d(\bmod n)$, то $a+c \equiv b+d(\bmod n)$.

Следствие. К обеим частям сравнения можно прибавить одно и то же целое число: если $a \equiv b(\bmod n)$, то $a+c \equiv b+c(\bmod n)$.

6. Умножение сравнений: если $a \equiv b(\bmod n)$ и $c \equiv d(\bmod n)$, то $ac \equiv bd(\bmod n)$.

Следствие 1. Обе части сравнения можно умножить на одно и то же целое число: если $a \equiv b(\bmod n)$, то $ac \equiv bc(\bmod n)$.

Следствие 2. Обе части сравнения можно возвести в одну и ту же натуральную степень: если $a \equiv b(\bmod n)$, то $a^k \equiv b^k(\bmod n)$.

Система вычетов позволяет осуществлять арифметические операции над конечным набором чисел, не выходя за его пределы. Полная система вычетов по модулю n – любой набор из n попарно несравнимых по модулю n целых чисел. Обычно в качестве полной системы вычетов по модулю n берутся наименьшие неотрицательные вычеты 0, 1, ..., $n - 1$

или абсолютно наименьшие вычеты, состоящие из чисел $0, \ ,\pm 1, \ \pm 2, \ ..., \pm\frac{n-1}{2}$ в случае нечётного n и чисел $0, \ ,\pm 1, \ \pm 2, \ ..., \pm\frac{n}{2}-1, \ \pm\frac{n}{2}$ в случае чётного n.

Теорема. Если r – остаток при делении a на b, то $НОД(a,b) = НОД(r,b)$.

На приведенном утверждении основывается алгоритм Евклида.

Признаки делимости числа $\overline{a_n a_{n-1}...a_2 a_1 a_0}$

Если …	**то *a* делится на …**
a_0 делится на 2	**2**
число $\overline{a_1 a_0}$ делится на 4 или 25	**4 или 25 соответственно**
число $\overline{a_2 a_1 a_0}$ делится на 8	**8**
a_0 равно 0 или 5	**5**
a_0 равно 0	**10**
сумма цифр числа делится на 3 или на 9	**3 или 9 соответственно**
знакочередующаяся сумма цифр делится на 11	**11**
сумма двузначных граней делится на 11	
знакочередующаяся сумма трехзначных граней делится на 7, 11 или 13 соответственно	**7, 11 или 13 соответственно**

Примеры задач.

1.Найти остаток от деления числа 2^{1000} на 7.

2. Найти остаток от деления числа 2012^{2010} на 11.

3. Докажите, что число $2002^{2001}+91^{2002}\cdot 2000^{1999}$ делится на 23 без остатка.

4. Найти остатки от деления на 3 чисел вида $2n^2+1$ для всех натуральных n.

5. Найти все простые p, для которых число $2p^2+1$ простое.

6. Решить в натуральных числах уравнение $2002^{20010}+2000^{2002}=n^2$.

7. При каких натуральных n число 3^n-1 делится на 13?

8. Найдите все пятизначные числа вида $\overline{64X5Y}$ делящиеся на 36.

9. Найдите все целые положительные числа x и y, что четырехзначное число $\overline{1x9y}$ – есть точный квадрат числа r, делящегося на 6.

10. Припишите к числу 19901990 сзади три цифры так, чтобы полученное число делилось на 7, 8 и 9.

11. Найдите все целые n, при которых числа n – 2, n + 12,n + 26 являются простыми.

12. Являются ли числа 7, 11, 13 делителями числа 5 159 539?

13. При каких натуральных n, k,m верно равенство $3^n+4^k=5^m$.

14. При каких целых n, k верно равенство $1+2^k+2^{2k+1}=n^2$.

15. (Всероссийская олимпиада 2001г., II тур, 8.4) Натуральное число состоит из 1980 единиц, 1983 двоек, остальные цифры нули – нули. Может ли это число быть точным кубом?
16. (Всероссийская олимпиада 2005г., II тур, 9.4) Сколько знаков должно содержать число N = 1313…13, чтобы оно делилось на 63?
17. (Всероссийская олимпиада 1994г.) Найдите все простые числа, каждое из которых равно сумме и разности двух простых чисел.
18. Найдите все простые p, при которых числа $4p^2+1$ и $6p^2+1$ являются простыми.
19. Найдите все двузначные натуральные числа, у которых цифра единиц равна количеству однозначных натуральных делителей, а цифра десятков – количеству двузначных натуральных делителей.
20. (Московская математическая олимпиада, 1964) Известно, что при любом целом $K \neq 27$ число $a - K^3$ делится без остатка на 27 – K. Найдите a.
21. (III Всероссийская олимпиада 1963г.) Натуральные числа a и b взаимно просты. Докажите, что наибольший общий делитель чисел $a+b$ и a^2+b^2 равен 1 или 2.
22. (IV Всероссийская олимпиада 1964г.) Найдите все нечетные натуральные n, для которых $(n-1)!$ не делится на n^2.
23. (Всероссийская олимпиада 1996г., 9.3) Пусть a , b и c – попарно взаимно простые натуральные числа. Найдите все возможные значения $\frac{(a+b)(a+c)(b+c)}{abc}$, если известно, что это число целое.
24. Последовательность натуральных чисел a_i такова, что $НОД(a_i,\ a_j) = НОД(i,\ j)$ для всех $i \neq j$. Докажите, что $a_i = i$ для всех $i \in N$.
25. (Всероссийская олимпиада, 2005-2006, 10.2) Сумма кубов трех последовательных натуральных чисел оказалась кубом натурального числа. Докажите, что среднее из этих трех чисел делится на 4.
26. (Всероссийская олимпиада, 2004-2005, 10.1) Найдите наименьшее натуральное число не представимое в виде $\frac{2^a - 2^b}{2^c - 2^d}$, где a, b, c, d – натуральные числа.
27. (Всероссийская олимпиада, 2004-2005, 10.7) Натуральные числа x и y таковы, что $2x^2 - 1 = y^{15}$. Докажите, что если $x > 1$, то x делится на 5.

Тема 8. Нестандартные стереометрические задачи

Тема 9. Нестандартные планиметрические задачи

1. Теорема Фалеса
   1.1. Две пары параллельных прямых, отсекающие на одной секущей равные отрезки, отсекают на любой другой секущей также равные отрезки.
   1.2. Обобщённая теорема Фалеса. Параллельные прямые отсекают на секущих пропорциональные отрезки:

$$\frac{A_1A_2}{B_1B_2} = \frac{A_2A_3}{B_2B_3} = \frac{A_1A_3}{B_1B_3}.$$

1.3. Обратная теорема Фалеса. Если прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной и на другой стороне угла равные (или пропорциональные) между собой отрезки, начиная от вершины, то такие прямые параллельны.

2. Подобие плоских фигур.

2.1. Две фигуры F_1 и F_2 называются подобными, если между их точками можно установить взаимно однозначное соответствие, при котором отношение расстояний между любыми парами соответствующих точек равно одной и той же постоянной k. Постоянная k называется коэффициентом подобия.

2.2. В двух подобных фигурах любые соответствующие углы равны.

2.3. Площади подобных фигур пропорциональны квадратам их коэффициентов подобия.

2.4. Два многоугольника подобны, если они имеют равные углы и их соответствующие стороны пропорциональны.

2.5. Признаки подобия треугольников.

Для подобных треугольников необходимым и достаточным является каждый из следующих признаков:

2.5.1. стороны одного пропорциональны сторонам другого;

2.5.2. два угла одного равны двум углам другого;

2.5.3. две стороны одного пропорциональны двум сторонам другого, а углы между этими сторонами равны

2.6. Прямоугольные треугольники подобны, если гипотенуза и катет одного треугольника пропорциональны гипотенузе и катету другого.

Примеры задач.

1. (Московская математическая олимпиада, 1945) Сторона *AD* параллелограмма *ABCD* разделена на *n* равных частей. Первая точка деления *P* соединена с вершиной *B*. Доказать, что прямая *BP* отсекает на диагонали *AC* часть *AQ*, которая равна $\frac{1}{n+1}$ части диагонали $AQ = \frac{AC}{n+1}$.

2. (Московская математическая олимпиада, 1989) Вершины *A, B, C* треугольника *ABC* соединены отрезками с точками A_1, B_1, C_1, лежащими на противоположных сторонах треугольника. Доказать, что середины отрезков AA_1, BB_1, CC_1 не лежат на одной прямой.

3. На плоскости даны две прямые и точка *M*. Найдите на одной из прямых точку *X* такую, что отрезок *MX* делится другой прямой пополам.

4. Через точку на стороне четырёхугольника проведена прямая, параллельная диагонали, до пересечения с соседней стороной четырёхугольника. Через полученную точку проведена прямая, параллельная другой диагонали, и т.д. Докажите, что пятая точка, полученная таким способом, совпадет с исходной.

5. Дан угол и точка внутри него. С помощью циркуля и линейки проведите через эту точку прямую, отрезок которой, заключённый внутри данного угла, делился бы данной точкой в заданном отношении.

6. Старинный замок был обнесён треугольной стеной. Каждая сторона стены была поделена на три равные части, и в этих точках, а также в вершинах были построены башни. Всего вдоль стены было 9 башен: *A, E, F, B, K, L, C, M, N*. Со временем все стены и башни, кроме башен *E, K, M*, разрушились. Как по

оставшимся башням определить, где находились башни *A*, *B*, *C*, если известно, что башни *A*, *B*, *C* стояли в вершинах?

1.4 Планируемые результаты обучения (предметные результаты)

По окончании изучения программы обучающийся должен *знать*:

нестандартные методы решения различных математических задач;

• логические приемы, применяемые при решении математических задач;

• исторический путь развития математической науки.

Уметь:

•выполнять построения и проводить исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин;

• выполнять и самостоятельно составлять алгоритмические предписания и инструкции на математическом материале, выполнять расчеты практического характера, использовать математические формулы и самостоятельно составлять формулы на основе обобщения частных случаев и эксперимента;

• добывать нужную информацию из различных источников;

• проводить доказательные рассуждения, логически обосновывать выводы;

• обладать опытом самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

По окончанию курса обучения будет сформированы:

Результаты воспитательной деятельности.

В ходе обучения будет сформирована устойчивая потребность в исследовательской деятельности, воспитаны морально-волевые и нравственные качества:

- ответственность за результаты своего труда;
- настойчивость в достижении поставленной цели;
- дисциплинированность в командной работе;
- культура мышления;
-навыки самоорганизации и самоконтроля поведения и деятельности;
- проектное мышление.

2.1 Календарный график отражает последовательность изучения тем, распределение учебных часов внутри раздела.

2.2 Условия реализации программы.

Материально-техническое обеспечение программы.

Занятия по изучению киноискусства проводятся в большом помещении с хорошей акустикой, вентиляцией. Учебный кабинет, оформленный в соответствии с профилем проводимых занятий и оборудованный в соответствии с санитарными нормами.

В помещении для занятий имеются технические средства обучения:

- видеокамера;
- проектор для просмотра фильмов;
- микрофоны

2.3 Формы аттестации.

Формы аттестации/контроля –

1. Текущий контроль: самостоятельные работы .
2. Тематический контроль: самостоятельные работы , тестовые задания
3. Итоговый контроль: итоговая зачётная работа.

.

2.4. Оценочные материалы.

- методические материалы по экспертной оценке материалов для подготовки;

2.5 Методическое обеспечение.

При построении учебного процесса, основной формой проведения занятий является комбинированное тематическое занятие.

Примерная структура данного занятия

1. Объяснение учителя или доклад учащегося по теме занятия.
2. Самостоятельное решение задач по теме занятия, причем в числе этих задач должны быть задачи и повышенной трудности. После решения первой задачи всеми или большинством учащихся один из учащихся производит ее разбор. Учитель по ходу решения задач формулирует выводы, делает обобщения.
3. Решение задач занимательного характера, задач на смекалку.

4. Подведение итогов занятия (ответы на вопросы учащихся, обсуждение математической газеты, следующей встречи, сценки, домашнее задание).

При закреплении материала, совершенствовании знаний, умений и навыков целесообразно практиковать самостоятельную работу школьников. На занятиях можно использовать различные современные образовательные технологии и сочетать все режимы работы: индивидуальный, парный, групповой, коллективный.

Для эффективной организации курса использовать различные формы проведения занятий: эвристическая беседа, практикум, интеллектуальная игра (математические бои), дискуссия, творческая работа. Поурочные домашние задания в разумных пределах являются обязательными.

При закреплении материала, совершенствовании знаний, умений и навыков целесообразно практиковать самостоятельную работу школьников. На занятиях кружка можно использовать различные современные образовательные технологии и сочетать все режимы работы: индивидуальный, парный, групповой, коллективный.

Для эффективной организации курса использовать различные формы проведения занятий: эвристическая беседа, практикум, интеллектуальная игра, дискуссия, творческая работа. Поурочные домашние задания являются обязательными.

2.6.Список литературы

1. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993–2006: Окружной и финальный этапы / Н. Х. Агаханов и др. Под ред. Н. Х. Агаханова. – М.:МЦНМО, 2007. – 472 с.
2. Журналы «Математика в школе», «Квант».
3. Канель-Белов, А.Я. Как решают нестандартные задачи / Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. – М.: МЦНМО,2008. - 96 с.
4. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике [Текст] – СПб.: БХВ-Петербург, Невский диалект, 2003 – 224 с.
5. Васильев, Н.Б. Избранные олимпиадные задачи. Математика [Текст] / Н.Б. Васильев, А.П. Савин, А.А. Егоров - М.: Бюро Квантум, 2007 -160 с. (Библиотечка «Квант», вып. 100, приложение к журналу «Квант» №2 / 2007).
6. Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета» Выпуск 2006. - www.omsk.edu
7. Рогоновский, Н.М. Методика преподавания математики в средней школе [Текст] / Н.М. Рогоновский. – Минск: Высшая школа, 1990. – 270 с.
8. Спивак, А.В. Математический кружок / А.В. Спивак. – М.: Посев, 2003. – 128 с.
9. Фарков, А.В. Математические олимпиады [Текст] / А.В. Фарков– М.: Экзамен, 2006 – 160 с.
10. Шень, А. Игры и стратегии с точки зрения математики / А. Шень. – М.:МЦНМО, 2007 – 40 с.
11. Шипилов, И.А. Задачи с игровым содержанием на факультативных занятиях по математике / Г.А. Воробьёв, И.А. Шипилов // Интеграционные тенденции современной науки. Сб. матер. III межвузовской студенческой конференции. – Липецк: ЛГПУ, 2010. – С. 193-198.
12. Турецкий, Е.Н. Как научиться решать задачи / Е.Н. Турецкий, Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1989. – 192 с.
13. Пойа, Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойа. – М.: Наука, 1970. – 452 с.
14. Гурова, Л.Л. Психологический анализ решения задач / Л.Л. Гурова. – Воронеж: Изд-во Воронежского ун-та, 1998. – 327 с.
15. Школьные учебники математики, алгебры и начал анализа.
16. Чамян П.Г. Инварианты: одинаковые и разные [Текст] / П.Г. Чамян, Г.А. Воробьев // Интеграционные тенденции современной науки: материалы IIIмежвуз. Науч.-практ. конф. – Липецк: ЛГПУ, 2010. – С. 25-29.
17. Чамян П.Г. Инварианты в школе / П.Г. Чамян, Г.А. Воробьев // Инновации и информационные технологии в образовании [Электронный ресурс] / Сборник научных трудов III Международной научно-практической конференции. - Липецк, 09, 29-30 апреля 2010 г. – Липецк: ЛГПУ, 2010. – 1 электрон. Опт. Диск (CD-ROM). — ISBN 978-5-88526-483-9
18. http://comp-science.narod.ru/ - учителям математики и информатики.
19. http://kvant.mccme.ru/ - журнал «Квант».
20. http://lib.mexmat.ru/forum/ - форум мехмата МГУ, обсуждаются вопросы, проблемы и задачи по математике.
21. http://math-on-line.com - Математика-он-лайн. Занимательная математика школьникам.

22. http://mmmf.math.msu.su/ - малый мехмат МГУ.
23. http://olympiads.mccme.ru/mmo/ - Московская математическая олимпиада.
24. http://school-collection.edu.ru – единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (задачи Московских олимпиад классифицированные по темам).
25. http://www.metaschool.ru - Интернет-кружки, интернет-олимпиады, интернет-репетитор.
26. http://www.rusolymp.ru/ – портал Всероссийской олимпиады школьников.
27. http://www.school.mipt.ru/ - ЗФТШ МФТИ.
28. http://www.turgor.ru/ - Турнир Городов - международная математическая олимпиада для школьников.
29. http://www.zaba.ru/ - Математические олимпиады и олимпиадные задачи.